

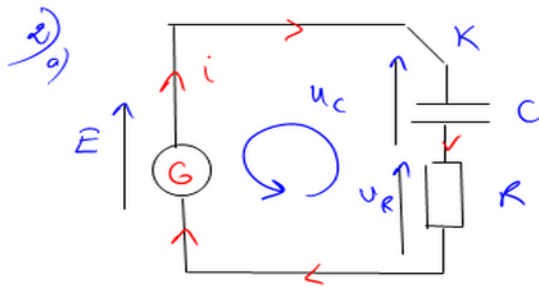
Physique

Correction

Série 1 : Dipole RC

Exercice 1 :

1) Phénomène : Charge du condensateur.



Loi des mailles :

$$u_c + u_R - E = 0$$

$$u_c + u_R = E$$

$$u_c + Ri = E$$

$$u_c + RC \frac{du_c}{dt} = E$$

$$RC \frac{du_c}{dt} + u_c = E$$

b)

$$RC \frac{du_c}{dt} + u_c = E$$

$$u_c(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = A - \underline{\underline{Ae^{-\frac{t}{\tau}}}}$$

$$\frac{du_c}{dt} = \frac{dA}{dt} - A \frac{de^{-\frac{t}{\tau}}}{dt}$$

$$= -A \frac{de^{-\frac{t}{\tau}}}{dt} = -A \left(\frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$\frac{du_c}{dt} = \frac{A}{\tau} e^{-t/\tau}$$

$$RC \frac{du_c}{dt} + u_c = E$$

$$u_c(t) = A(1 - e^{-t/\tau}) = A - Ae^{-t/\tau}$$

$$RC \frac{A}{\tau} e^{-t/\tau} + A - Ae^{-t/\tau} = E$$

$$RC \frac{A}{\tau} e^{-t/\tau} - Ae^{-t/\tau} + A = E$$

$$Ae^{-t/\tau} \left(\frac{RC}{\tau} - 1 \right) + A = E$$

+cte = cte

Pour que cette équation soit vérifiée il faut que.

$$\rightarrow Ae^{-t/\tau} \left(\frac{RC}{\tau} - 1 \right) = 0$$

$$\Rightarrow A = E$$

$$A \neq 0 \Rightarrow \frac{RC}{\tau} - 1 = 0$$

$$e^{-t/\tau} \neq 0$$

$$\frac{RC}{\tau} = 1 \Rightarrow \tau = RC$$

3) a) La courbe C_3 est constante

$$C_3 \rightarrow u_G = E$$

Le condensateur est initialement déchargé $u_c(0) = 0V$ ce qui est en accord avec la courbe C_2

$$C_2 \rightarrow u_c$$

Loi des mailles :

$$u_c + u_R - E = 0$$

$$u_R = E - u_c \quad \forall t$$

à $t = 0s$

$$u_R(0) = E - u_c(0) \quad \text{or} \quad u_c(0) = 0V$$

$u_R(0) = E$ ce qui est en accord avec la
combre C_1 .

$$C_1 \rightarrow u_R$$

b) Graphiquement :

$$E = 12V$$

En utilisant la méthode de la
tangente.

$$\tau = 5 \cdot 10^{-3} s$$

$$\tau = RC \Rightarrow R = \frac{\tau}{C} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-4}}$$

$$R = 25 \Omega$$

c) à $t = t_1$ $u_c(t_1) = u_R(t_1)$

$$t_1 = 3 \cdot 10^{-3} s$$

$$d) \text{ à } t = t_1 \quad u_c(t_1) = u_R(t_1)$$

Loi des mailles :

$$u_c + u_R - E = 0$$

$$u_c + u_R = E$$

$$u_c + u_c = E$$

$$2u_c = E$$

$$u_c = \frac{E}{2}$$

$$E(1 - e^{-t_1/\tau}) = \frac{E}{2}$$

$$1 - e^{-t_1/\tau} = \frac{1}{2}$$

$$\left(e^{-t_1/\tau} = \frac{1}{2} \right) \ln$$

$$\ln \left(e^{-t_1/\tau} \right) = \ln \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$-\frac{t_1}{\tau} = \ln \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$t_1 = -\tau \ln \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$u_c(t) = E \left(1 - e^{-t/\tau} \right)$$

$$\text{or } \tau = -\frac{t_1}{\ln \left(\frac{1}{2} \right)}$$

$$u_c(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{t_1 / \ln \left(\frac{1}{2} \right)}} \right)$$

$$u_c(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1} \ln\left(\frac{1}{2}\right)} \right)$$

$$a^{n \times m} = (a^n)^m$$

$$u_c(t) = E \left(1 - \left(e^{-\ln\left(\frac{1}{2}\right)} \right)^{\frac{t}{\tau_1}} \right)$$

$$\ln(e^n) = n$$

$$e^{\ln n} = n$$

$$u_c(t) = E \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{\tau_1}} \right)$$

← variable
← fixe

$$a^t = t_n$$

$$u_c(t_n) = E \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t_n}{\tau_1}} \right)$$

$$u_c(t_n) = 0,5 E = \frac{E}{2}$$

Le pourcentage de charge : 50 %.

$$a^t t_2 = 6,6 t_1$$

$$u_c(t_2) = E \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{6,6 t_1}{\tau_1}} \right)$$

← 0,01

$$= 0,99 E$$

Le pourcentage de charge : 99 %.

$t_2 = \Delta t$: durée de charge.

Exercice 2 :

1- La tension $u_{BM} = E = cte$

La courbe 2 $\rightarrow u_{BM}$.

Le condensateur est initialement
déchargé $\Rightarrow u_c = u_{AM}(0) = 0V$ ce qui
est en accord avec la courbe (1)

La courbe 1 $\rightarrow u_{AM}$.

2) En utilisant la méthode du
pourcentage de charge.

$$u_c(\tau) = 0,63 E \\ = 0,63 \times 4 = 2,5 V$$

Graphiquement : $\tau = 5 \cdot 10^{-3} s$

$$\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R}$$

$$C = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{50} \Rightarrow C = 10^{-4} F$$

3) a) à $t = 30 ms$

$$u_c = E$$

$$\text{or } i = C \frac{du_c}{dt} \text{ or } u_c = E = cte$$

$$\Rightarrow i = 0 A$$

b) on a : $q = C u_c$

$$\text{à } t = 30 ms \quad u_c = E \Rightarrow Q = C E \\ Q = 4 \cdot 10^{-4} C$$

4) Graphiquement: $\Delta t = 25 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

on a: $\tau = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

$$\Rightarrow \Delta t = 5 \tau$$

5) • Pour $E = 4 \text{ V}$

$$R_a = R_d$$

$$C_a < C_d$$

L'expérience (a) est réalisée avec une capacité plus faible que celle dans l'expérience (d)

$$\Rightarrow RC_a < RC_d$$

$$(\tau_a < \tau_d) ?$$

$$5 \tau_a < 5 \tau_d$$

$$\Delta t_a < \Delta t_d$$

Le condensateur dans l'expérience (a) se charge plus rapidement.

La courbe (1) \rightarrow l'expérience (a)

La courbe (2) \rightarrow l'expérience (d)

• Pour $E = 2 \text{ V}$

$$C_b = C_c$$

$$R_b > R_c$$

$$\Rightarrow R_b C > R_c C$$

$$(\tau_b > \tau_c) ?$$

$$5 \tau_b > 5 \tau_c$$

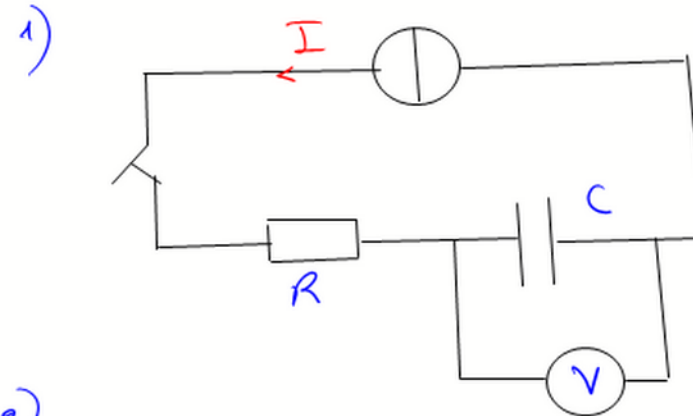
$$\Delta t_b > \Delta t_c$$

Le condensateur dans l'expérience (1)
se charge plus rapidement.

La courbe (3) → L'expérience (c)

La courbe (4) → L'expérience (b)

Exercice 3 :



a)

La courbe tracée $E_c = f(t^2)$ est un
segment de droite linéaire

d'équation :

$$E_c = a t^2$$

a : pente

$$a = \frac{\Delta E_c}{\Delta t^2} = \frac{1,25 \cdot 10^{-2}}{100 - 0} = 1,25 \cdot 10^{-4} \text{ J} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$E_c = 1,25 \cdot 10^{-4} t^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2C} I^2 t^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_c = 1,25 \cdot 10^{-4} t^2 \\ E_c = \frac{I^2}{2C} t^2 \end{array} \right.$$

Par identification

$$\frac{I^2}{2C} = a \Rightarrow C = \frac{I^2}{2a}$$

$$C = \frac{(50 \cdot 10^{-6})^2}{2 \times 1,25 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow C = 10 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

3)

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{e}$$

$$\epsilon_r = \frac{eC}{\epsilon_0 S}$$

$$\epsilon_r = \frac{0,01 \cdot 10^{-3} \times 10 \cdot 10^{-6}}{8,85 \cdot 10^{-12} \times 1}$$

$$\epsilon_r = 11,3$$

Loi des mailles :

$$u_{R_1} + u_{R_2} + u_c - E = 0$$

$$R_1 i + R_2 i + u_c = E$$

$$\left((R_1 + R_2) i + u_c = E \right) \frac{d}{dt}$$

$$(R_1 + R_2) \frac{di}{dt} + \frac{du_c}{dt} = 0$$

$$i = C \frac{du_c}{dt} \Rightarrow \frac{du_c}{dt} = \frac{i}{C}$$

$$(R_1 + R_2) \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0$$

or $u_{R_2} = R_2 i \Rightarrow i = \frac{u_{R_2}}{R_2}$

$$\left(\frac{R_1 + R_2}{\cancel{R_2}} \frac{du_{R_2}}{dt} + \frac{u_{R_2}}{\cancel{R_2} C} = 0 \right) \frac{1}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{du_{R_2}}{dt} + \frac{1}{(R_1 + R_2)C} u_{R_2} = 0$$

$$d - u_{R_2}(t) = A e^{-\alpha t}$$

Loi des mailles :

$$u_{R_2} + u_{R_1} + u_c - E = 0$$

$$u_{R_2} + u_{R_1} = E - u_c$$

$$R_2 i + R_1 i = E - u_c$$

$$i (R_1 + R_2) = E - u_c$$

$$i = \frac{E - u_c}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{u_{R_2}}{R_2} = \frac{E - u_c}{R_1 + R_2} \Rightarrow u_{R_2}(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} (E - u_c(t))$$

$$\begin{cases} u_{R_2}(t) = A e^{-\alpha t} \\ u_{R_2}(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} (E - u_c(t)) \end{cases}$$

At = 0

$$\begin{cases} u_{R_2}(0) = A \\ u_{R_2}(0) = \frac{R_2 E}{R_1 + R_2} \text{ car } u_c(0) = 0 \text{ V} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \frac{R_2 E}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{du_{R_2}}{dt} + \frac{1}{(R_1 + R_2)C} u_{R_2} = 0$$

$$u_{R_2}(t) = A e^{-\alpha t}$$

on remplace dans l'équation différentielle:

$$\frac{du_{R_2}}{dt} = -\alpha A e^{-\alpha t}$$

$$-\alpha A e^{-\alpha t} + \frac{1}{(R_1 + R_2)C} A e^{-\alpha t} = 0$$

$$A e^{-\alpha t} \left(-\alpha + \frac{1}{(R_1 + R_2)C} \right) = 0$$

$$A \neq 0 \\ e^{-\alpha t} \neq 0 \Rightarrow -\alpha + \frac{1}{(R_1 + R_2)C} = 0$$

$$\alpha = \frac{1}{(R_1 + R_2)C}$$

3- voir cours

$$\tau = RC$$

↳ Résistance totale

$$\tau = (R_1 + R_2) C$$

a). $u_{R_2}(t) = A e^{-at}$
 à $t=0$ $u_{R_2}(0) = A e^0 = A$

$$A = \frac{R_2 E}{R_1 + R_2} = 6 \text{ V}$$

$$A(R_1 + R_2) = R_2 E$$

$$R_1 + R_2 = \frac{R_2 E}{A}$$

$$R_1 = R_2 \left(\frac{E}{A} - 1 \right) = 1000 \left(\frac{12}{6} - 1 \right)$$

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega = 1000 \Omega$$

$$\tau = 2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

$$\tau = (R_1 + R_2) C$$

$$C = \frac{\tau}{R_1 + R_2} = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^3}$$

$$C = 10^{-5} \text{ F}$$

$$C = 10 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

b- on a: $u_{R_1} + u_{R_2} - u_C = 0$

$$u_{R_1} + u_{R_2} = u_C$$

$$(R_1 + R_2) i = u_C$$

$$(R_1 + R_2) \frac{u_{R_2}}{R_2} = u_C$$

$$\frac{R_1 + R_2}{R_2} \frac{R_2 E}{R_1 + R_2} e^{-t/\tau} = E (1 - e^{-t/\tau})$$

$$e^{-t/\tau} = 1 - e^{-t/\tau}$$

$$2 e^{-t/\tau} = 1$$

$$(e^{-t/\tau} = \frac{1}{2}) \ln$$

$$\ln(e^{-t/\tau}) = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$-\frac{t}{\tau} = \ln(1) - \ln(2)$$

$$t = \tau \ln(2)$$

$$E_c(t) = \frac{1}{2} C u_c^2(t)$$

$$= \frac{1}{2} C E^2 (1 - e^{-t/\tau})^2$$

$$a' t = \tau \ln(2)$$

$$E_c = \frac{1}{2} C E^2 \left(1 - e^{-\frac{\tau \ln(2)}{\tau}}\right)^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} C E^2 \left(1 - e^{-\ln(2)}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2} C E^2 \left(1 - e^{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}\right)^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} C E^2 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$E_c = \frac{1}{8} C E^2$$

$$E_c = 0,18 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

c) on a: $u_c(t) = E (1 - e^{-t/RC})$

at $t = 0,012$

$$u_c = 12 \left(1 - e^{-\frac{0,012}{0,02}} \right)$$

$$u_c = 11,2 \text{ V}$$

$$q = C \cdot u_c \Rightarrow q = 112 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

or l'armature B se charge
négativement $q_B < 0$

$$q_B = -112 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

Exercice 4 :

1- Phénomène : charge du condensateur

2- L'équation différentielle:

a)

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC} u_c = \frac{E}{RC}$$

b)

$$\frac{du_c}{dt} = \frac{E}{RC} - \frac{1}{RC} u_c$$

3) La courbe tracée $\frac{du_c}{dt} = f(u_c)$ est un segment de droite affine

d'équation: $\frac{du_c}{dt} = a u_c + b$

$$b = 87,5 \text{ V} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$a = \frac{\Delta\left(\frac{du_c}{dt}\right)}{\Delta u_c} = \frac{0 - 27,5}{9 - 0}$$

$$a = -3,06 \text{ s}^{-1}$$

$$\begin{cases} \frac{du_c}{dt} = -3,06 u_c + 27,5 \\ \frac{du_c}{dt} = -\frac{1}{RC} u_c + \frac{E}{RC} \end{cases}$$

Par identification:

$$\frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau} = 3,06$$

$$\tau = \frac{1}{3,06} \Rightarrow \tau = 0,326 \text{ s}$$

$$E = 8,8 \text{ V}$$

4) on a: $u_c(t) = A + B e^{-\alpha t}$

Le condensateur est initialement

déchargé

$$u_c(0) = 0$$

$$u_c(\infty) = A + B$$

$$A + B = 0 \Rightarrow A = -B$$

$$u_c(t) = A - A e^{-\alpha t}$$

on remplace dans l'équation différentielle.

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\tau} u_c = \frac{E}{\tau}$$

$$u_c(t) = A - A e^{-\alpha t}$$

$$\frac{du_c}{dt} = \alpha A e^{-\alpha t}$$

$$\alpha A e^{-\alpha t} + \frac{1}{\tau} (A - A e^{-\alpha t}) = \frac{E}{\tau}$$

$$\alpha A e^{-\alpha t} + \frac{A}{\tau} - \frac{A}{\tau} e^{-\alpha t} = \frac{E}{\tau}$$

$$A e^{-\alpha t} \left(\alpha - \frac{1}{\tau} \right) + \frac{A}{\tau} = \frac{E}{\tau}$$

$$A e^{-\alpha t} \left(\alpha - \frac{1}{\tau} \right) = 0 \Rightarrow \frac{A}{\tau} = \frac{E}{\tau}$$

$$A = E$$

$$B = -E$$

$$A \neq 0 \quad e^{-\alpha t} \neq 0$$

$$\alpha - \frac{1}{\tau} = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\tau}$$

b) loi des mailles:

$$u_R + u_c - E = 0$$

$$u_R + u_c = E$$

$$u_c + u_c = E$$

$$2u_c = E$$

$$2E(1 - e^{-t/\tau}) = E$$

$$1 - e^{-t/\tau} = \frac{1}{2}$$

$$\left(e^{-t/\tau} = \frac{1}{2} \right) \ln \Rightarrow -\frac{t}{\tau} = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$+\frac{t}{\tau} = +\ln(2) \Rightarrow t = \tau \ln(2)$$

$$t = 0,44 \text{ s}$$

